Modulação por Pulsos

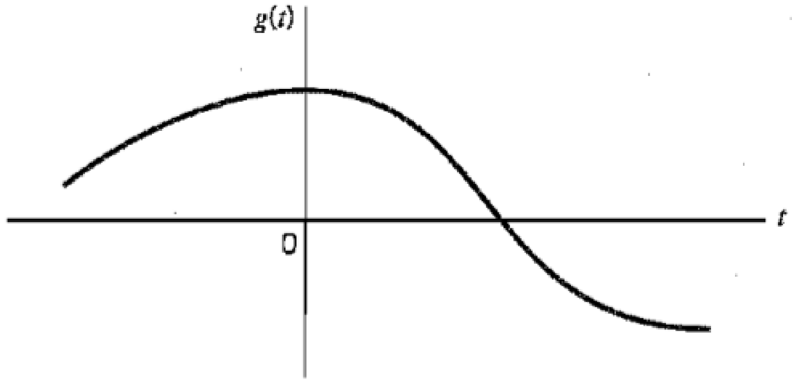
- Propriedades
- Amostragem de sinais
- Modulação por amplitude de pulso (PAM)
- Modulação por pulso codificado (PCM)
- Modulação por largura de pulso (PWM)
- Modulação por posição de pulso (PPM)
- Exercícios de laboratório

Amostragem de Sinais

- Processo que possibilita a passagem de um sinal contínuo em um sinal discretizado no tempo
- Este processo normalmente envolve intervalos de tempo regulares
- A amostragem permite armazenar, analisar e processar um sinal analógico variante no tempo
- É a base das modulações por pulso e dos processos de conversão A/D e D/A

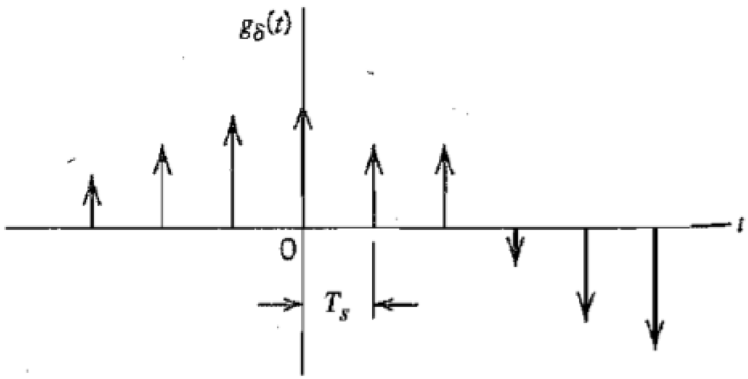
Amostragem de Sinais

Representação temporal do processo de amostragem:



(a)

Sinal original



(b)

Sinal amostrado em intervalos regulares Ts

Amostragem de Sinais

Representação matemática do processo de amostragem:

$$g_\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(nT_s)\,\delta(t - nT_s)$$

Onde:

$g(nT_s)$: sinal original (contínuo)

$g\delta(t)$: sinal amostrado (discretizado no tempo)

δ: função delta

T_s: período de amostragem

Amostragem de Sinais

Transformada de Fourier da função de amostragem:

$$G_\delta(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g(nT_s) \exp(-j2\pi n f T_s)$$

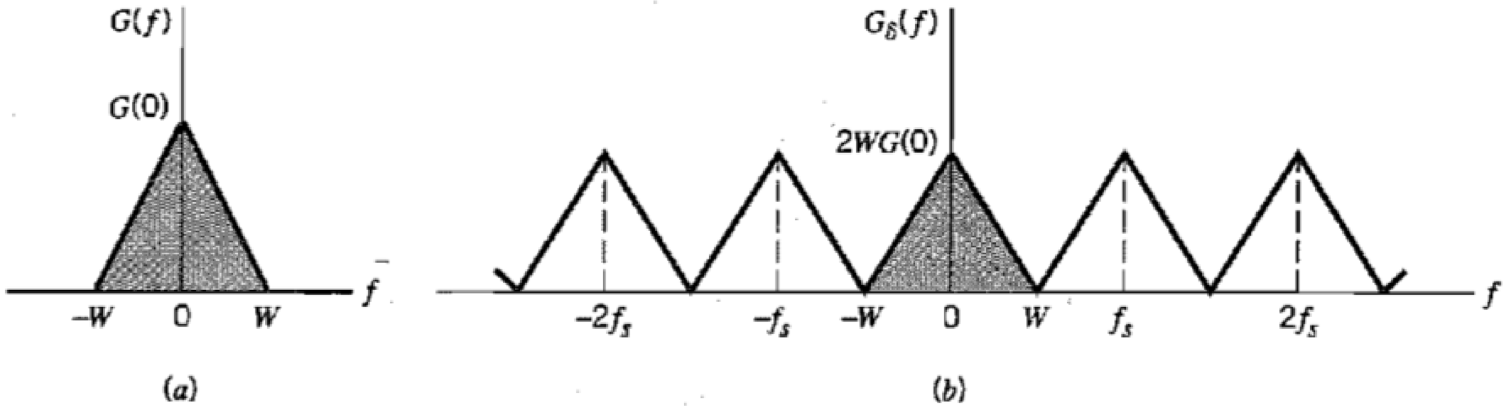
Onde:

G(f - mf$_s$): Transformada de Fourier do sinal discretizado

f_s: frequência de amostragem ($1/T_s$)

Amostragem de Sinais

Espectro da função de amostragem:



Sinal original (espectro limitado em W)

Sinal amostrado com $f_s=2W=2/T_s$

Amostragem de Sinais

Teorema da amostragem de Nyquist:

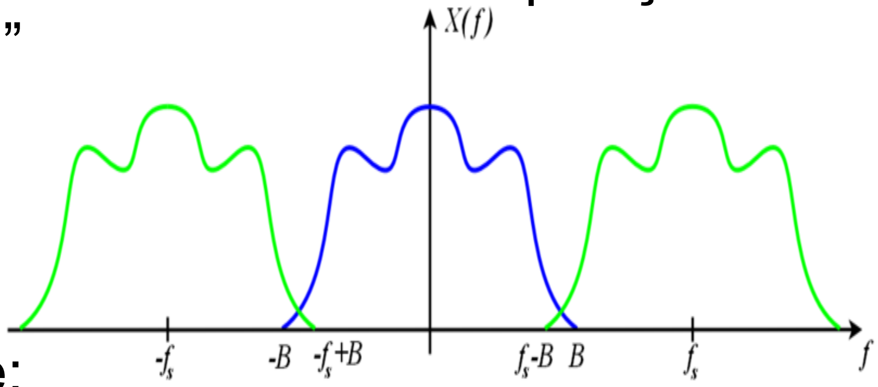
- Para que se possa recuperar um sinal amostrado em sua forma original é necessário que a frequência de amostragem f_s seja de pelo menos o dobro da máxima frequência presente no sinal (f_{max})

$$f_s \geqslant 2 f_{max}$$

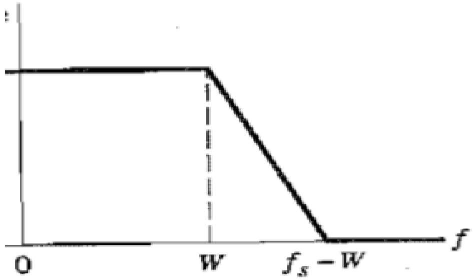
Amostragem de Sinais

Teorema da amostragem de Nyquist:

- Quando $f_s < 2 f_{max}$ ocorre o fenômeno de sobreposição de espectro denominado “aliasing”



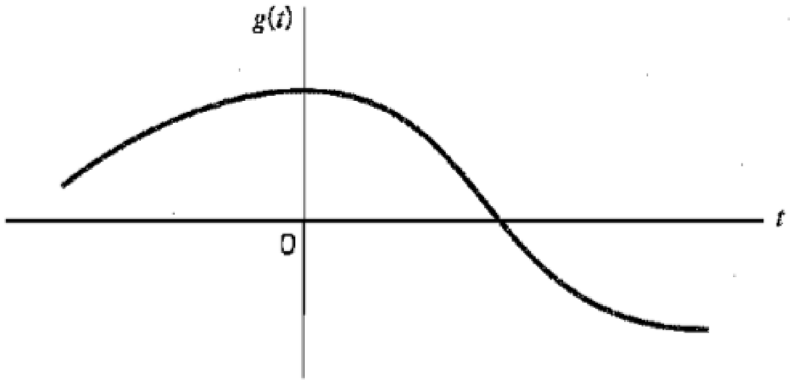
- A sobreposição espectral impede a correta recuperação do sinal original
- Para evitar o “aliasing” deve-se:
  - Aumentar a frequência de amostragem
  - Limitar a banda passante do sinal com um filtro “anti-aliasing”



Amostragem de Sinais

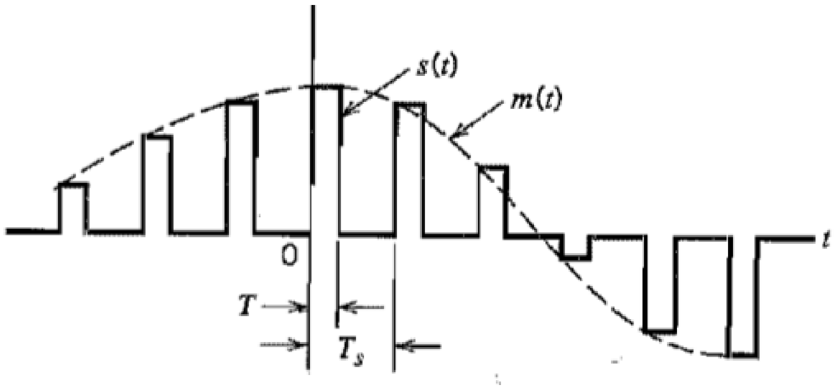
Processo de amostragem real:

Na prática é impossível obter-se um amostrador ideal do tipo função delta



(a)

Sinal original



(b)

Sinal amostrado sob a forma de pulsos de largura T a intervalos regulares Ts

Amostragem de Sinais

Processo de amostragem real:

- O sinal resultante do processo de amostragem real é uma sequência de pulsos de largura T e período Ts, cuja amplitude está relacionada com o sinal original
- Este tipo de pulso é denominado “flat-top”
- Esta sequência de pulsos é denominada
  - Modulação por Amplitude de Pulsos (PAM)

Amostragem de Sinais

Modulação por Amplitude de Pulsos (PAM):

- Representação matemática:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} m(nT_s)h(t - nT_s)$$

Onde:

$m(nT_s)$: sinal original (contínuo)

$s(t)$: sinal amostrado real (discretizado no tempo)

T_s: período de amostragem

h: função retangular de amplitude unitária:

$$h(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < T \\ \frac{1}{2}, & t = 0,\ t = T \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Amostragem de Sinais

Transformada de Fourier da função de amostragem real:

$$S(f) = f_s \sum_{k=-\infty}^{\infty} M(f - kf_s)H(f)$$

Onde:

$S(f)$: Transformada de Fourier do sinal discretizado

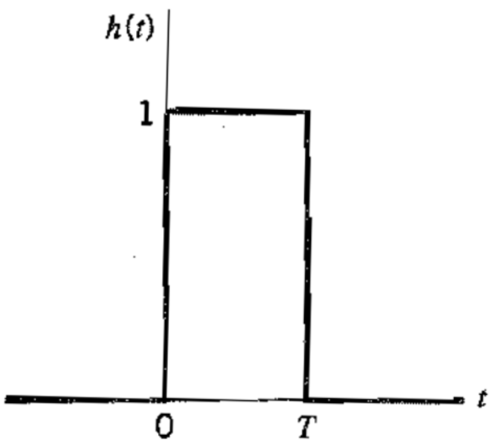
f_s: frequência de amostragem ($1/T_s$)

$$H(f) = T\,\text{sinc}(fT)\,\exp(-j\pi fT)$$

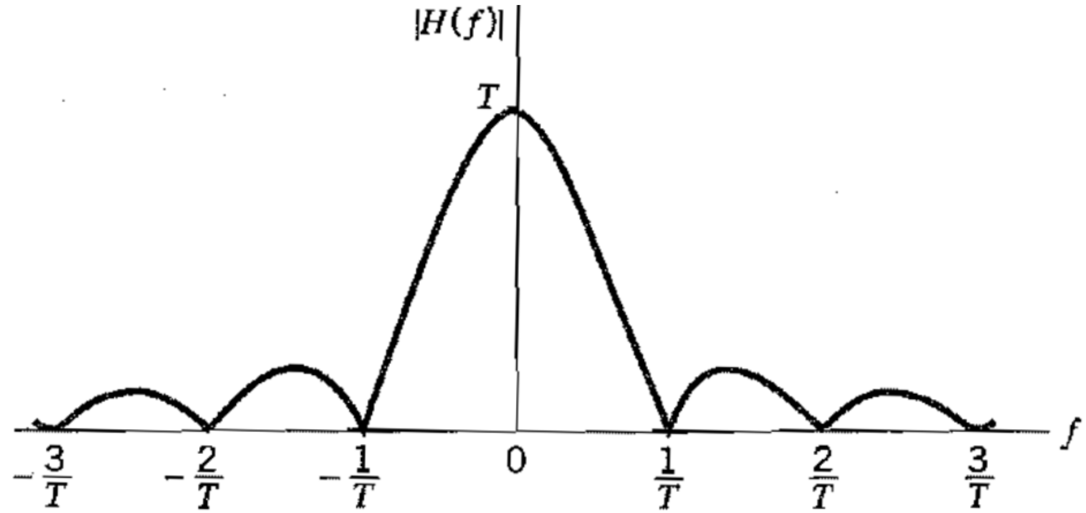
$$sinc(fT) = \frac{\sin(fT)}{fT}$$

Amostragem de Sinais

Espectro da função de amostragem real H(f):



Função retangular no domínio do tempo



Espectro da função retangular

Modulação por Pulsos

Multiplexação por Divisão de Frequência

- A multiplexação não é em si uma técnica de modulação de sinais, mas é frequentemente utilizada de forma complementar
- Possibilita o envio simultâneo de vários canais de informação através de um mesmo meio físico usando uma banda de frequência
- Amplamente utilizada de forma conjunta às modulações AM, FM, QAM, PSK
- Usada na comunicação de sinais analógicos e digitais

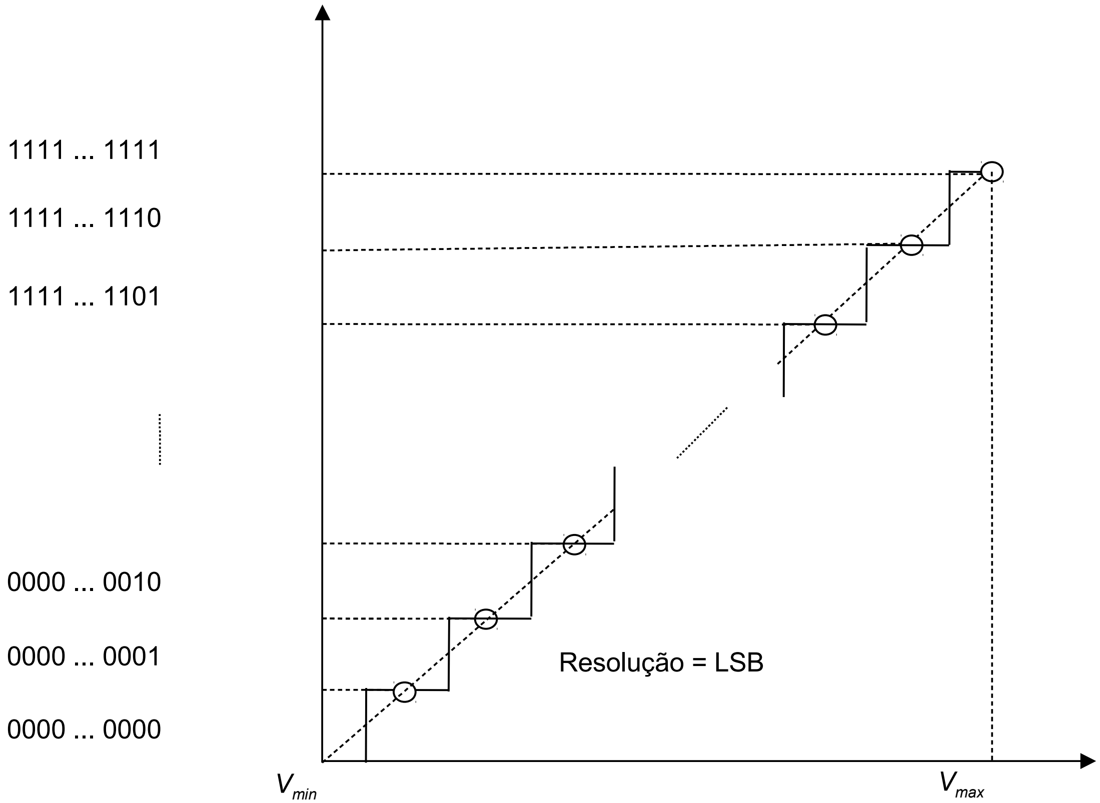
Modulação por Pulsos

Modulação por Codificação de Pulsos (PCM)

- Técnica de codificação de sinais digitais sob a forma de pulsos
- Amplamente utilizada na conversão de sinais Analógicos para Digitais e vice-versa
- Operações básicas da modulação PCM:
  - Amostragem
  - Quantização
  - Codificação

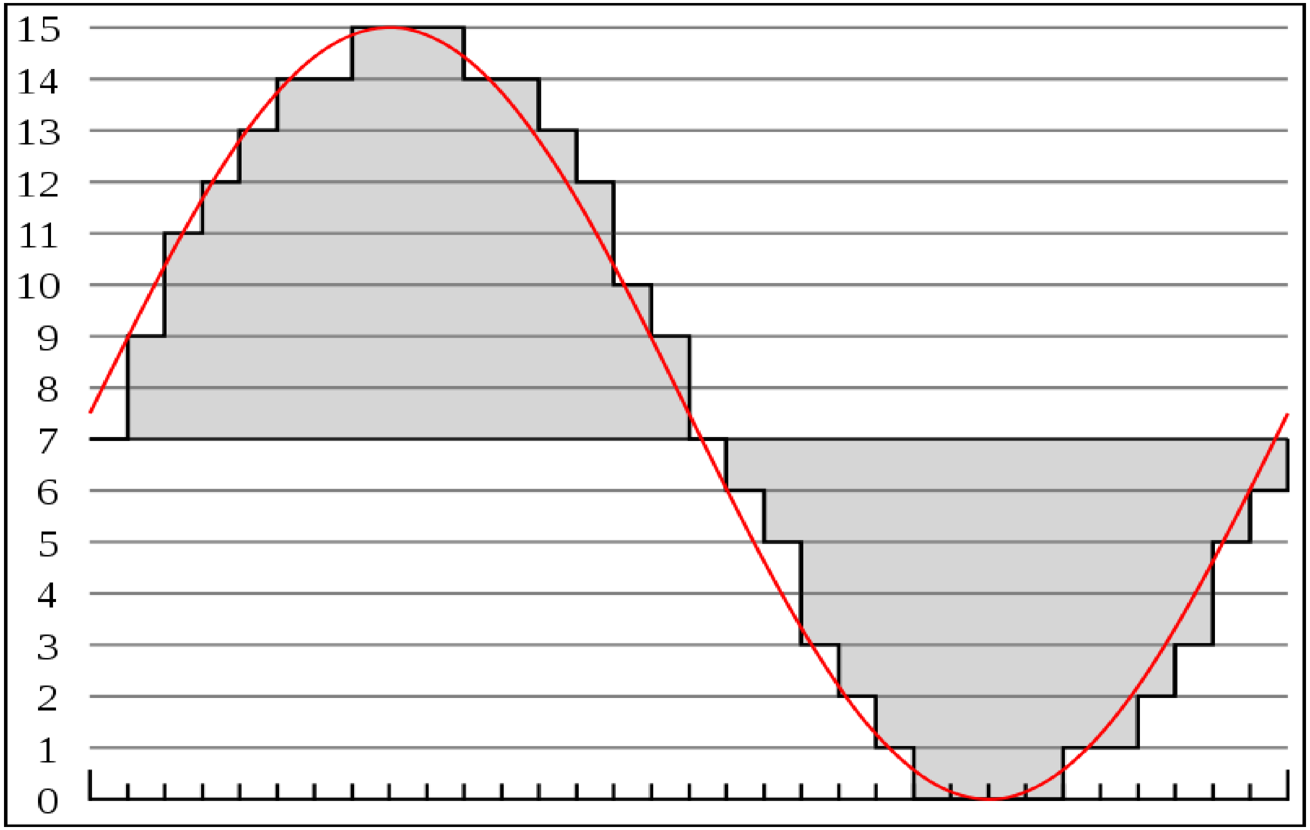
PCM

Conversores A/D e D/A : cada nível de tensão analógico é codificado em um único código digital composto por N bits



PCM

Conversores A/D e D/A : O sinal analógico é quantizado em 2^n níveis, e amostrado com uma frequência constante f_s



PCM

Processo de quantização : subdivisão do sinal analógico em níveis discretos que serão associados a valores digitais

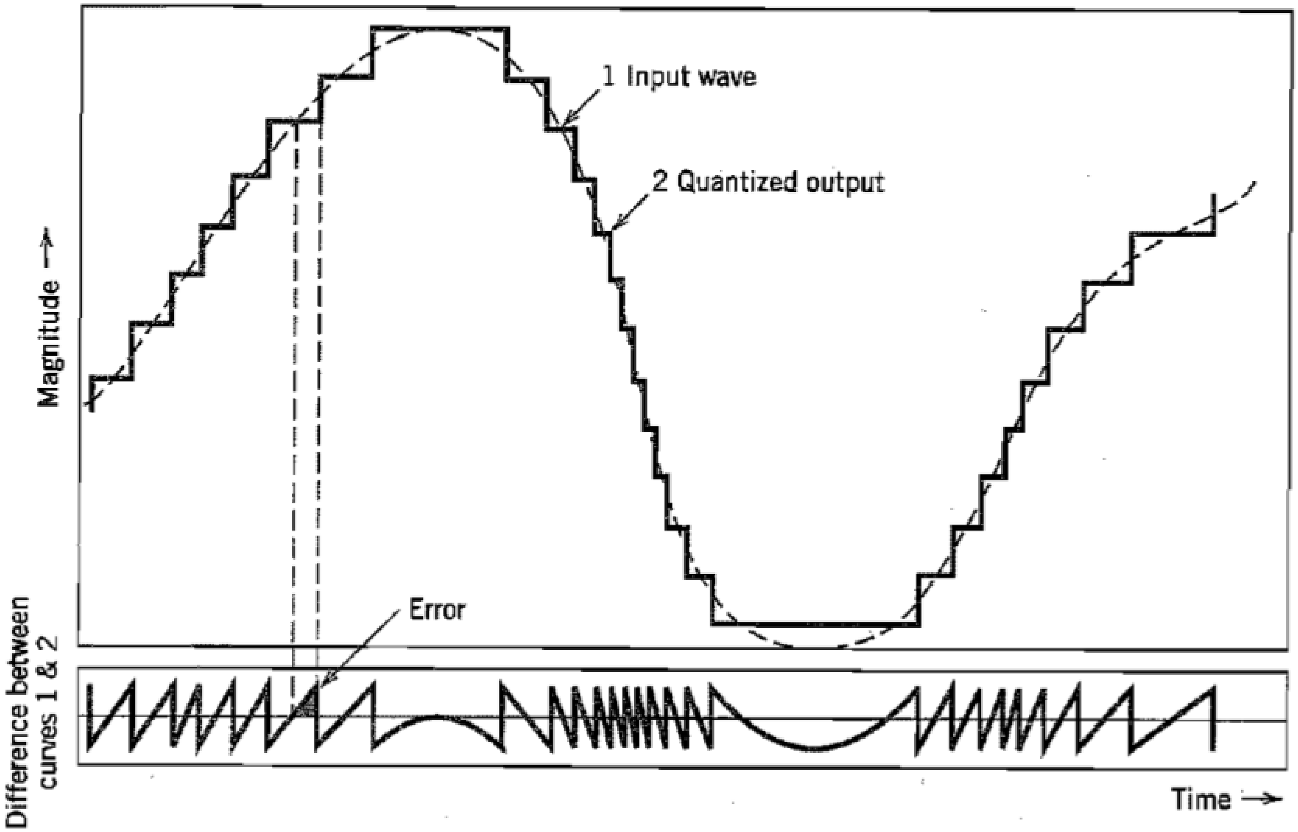
$$V_i = \frac{V_{FS}}{2^n}\left[2^0 bit\,0 + 2^1 bit\,1 + \ldots + 2^{(n-1)} bit\,(n-1)\right] \pm \frac{V_{FS}}{2^{(n+1)}}$$

$$q = \frac{V_{FS}}{2^n}$$

- V_{FS}: tensão de fundo de escala (normalmente $V_{FS}=V_{ref}$);
- n: número de bits do conversor;
- q: intervalo de quantização

PCM

Processo de quantização: representação gráfica do sinal quantizado e do erro



PCM

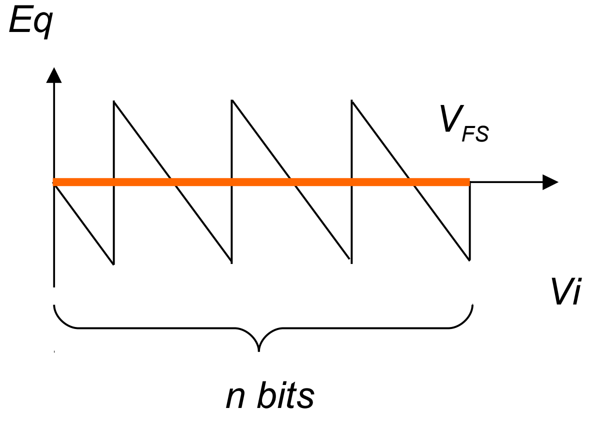
Tabela de codificação para n=4:

Valor decimal	Potência de 2	Valor Binário
0		0000
1	2^0	0001
2	2^1	0010
3	$2^1 + 2^0$	0011
4	2^2	0100
5	$2^2 + 2^0$	0101
6	$2^2 + 2^1$	0110
7	$2^2 + 2^1 + 2^0$	0111
8	2^3	1000
9	$2^3 + 2^0$	1001
10	$2^3 + 2^1$	1010
11	$2^3 + 2^1 + 2^0$	1011
12	$2^3 + 2^2$	1100
13	$2^3 + 2^2 + 2^0$	1101
14	$2^3 + 2^2 + 2^1$	1110
15	$2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0$	1111

PCM

Erro de quantização: erro introduzido no processo de quantização devido ao número finito de intervalos de quantização

- Valor de pico:



$$Eq = \pm \frac{V_{FS}}{2^{(n+1)}}$$

- Valor RMS:

$$Eq_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{q}\int_{-q/2}^{+q/2} x^2\,dx} = \frac{q}{2\sqrt{3}}\left[V_{RMS}\right] = \frac{V_{FS}}{2^{(n+1)}\sqrt{3}}$$

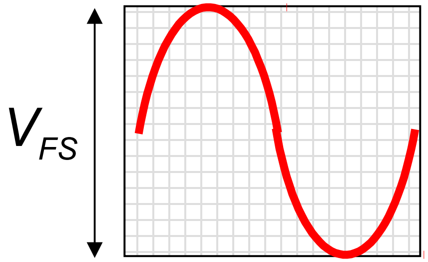
PCM

Relação Sinal/Ruído (SNR): relação entre os valores RMS do sinal original e os erros presentes no sinal (ruídos):

$$SNR = \frac{v_{i_{RMS}}}{E_{RMS}}$$

- Em dB:

$$SNR_{dB} = 20\log_{10}\frac{v_{i_{RMS}}}{E_{RMS}}$$



- Considerando o sinal senoidal com tensão pico a pico $=V_{FS}$:

$$v_{i_{RMS}} = \frac{V_{FS}}{2\sqrt{2}} \qquad SNR = \frac{v_{i_{RMS}}}{Eq_{RMS}} = \frac{V_{FS}}{2\sqrt{2}}\,\frac{2^{n+1}\sqrt{3}}{V_{FS}} = 2^n\sqrt{3/2}$$

PCM

Exercício: Seja um sinal senoidal com f_{max}=20 MHz, determine: o **número de bits** e a **frequência de amostragem** mínimos para se obter uma $SNR_{dB} \geq 70$ dB no processo de quantização, nas seguintes condições:

a) o **número de bits** mínimo para se obter uma $SNR_{dB} \geq 70$ dB no processo de quantização para $Vi_{pp} = 2/3V_{FS}$

b) a **frequência de amostragem** mínima de modo a evitar o "aliasing"